

**Nationale Mathematikolympiade****Kreisphase/Sektorenphase der Hauptstadt Bucharest, 2026****VI-te Klasse**

Aufgabe 1. Wir betrachten die Mengen:

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 1000 \text{ und } n \text{ ergibt den Rest } 2 \text{ bei der Teilung durch } 3\},$$

$$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 1000 \text{ und } n \text{ ergibt den Rest } 1 \text{ bei der Teilung durch } 7\}.$$

- a) Welches ist das kleinste Element der Menge $A \cap B$?
- b) Bestimmt die Anzahl der Elemente der Menge $A \cup B$.

Gazeta Matematică

Aufgabe 2. Bestimmt die natürliche Primzahl x und die von Null verschiedene natürliche Zahl y mit der Eigenschaft, dass $\frac{x}{2y} = \frac{x+1}{x+y+8}$.

Aufgabe 3. Das Dreieck ABC ist gleichschenkelig und hat $\angle BAC = 100^\circ$. Der Kreis mit Mittelpunkt C und Radius CA schneidet die Strecke BC im Punkt D , der Kreis mit Mittelpunkt D und Radius DB schneidet die Strecke AB im inneren Punkt E und der Kreis mit Mittelpunkt D und Radius DA schneidet die Strecke AC im inneren Punkt F .

- a) Zeigt, dass $CF = DE$.
- b) Die Parallele durch den Punkt F zu der Gerade AB schneidet die Seite BC in M . Zeigt, dass $MD = AE$.

Aufgabe 4. Wir nennen *langsam* alle von Null verschiedenen natürlichen Zahlen L , welche wenigstens vier Teiler haben, und, wenn $1 = d_1 < d_2 < \dots < d_p = L$ alle Teiler von L sind, dann jede Zahl in der Folge der Teiler, beginnend mit der vierten, kleiner oder gleich als die Summe dreier kleineren Teiler ist.

- a) Zeigt, dass 72 eine langsame Zahl ist.
- b) Beweist, dass das Produkt zweier langsamen Zahlen ebenfalls eine langsame Zahl ist.

Arbeitszeit 3 Stunden.

Jede Aufgabe wird mit 22,5 Punkte bewertet.